

**Nationale Mathematikolympiade****Kreisphase und Sektorenphase der Stadt București, 2025****VI-te Klasse**

Aufgabe 1. Es seien a, b, c natürliche Zahlen, für welche die Zahlen $m = \frac{5a + 6b + 7c + 6}{4a + 3b + 2c + 3}$ und $n = \frac{a + 2b + 3c + 5}{3a + b + 2c + 5}$ zugleich natürliche Zahlen sind.

- a) Zeigt, dass $m \geq 2$.
- b) Bestimmt die Zahlen m und n .

Aufgabe 2. Bestimmt die von Null verschiedenen natürlichen Zahlen a und b , für welche

$$\frac{a}{(a, b)} = b + \frac{48 \cdot (a, b)}{[a, b]} \quad \text{und} \quad \frac{b}{(a, b)} = a - \frac{312 \cdot (a, b)}{[a, b]}.$$

Mit (a, b) haben wir den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen a und b bezeichnet, beziehungsweise mit $[a, b]$ den kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen a und b .

Gazeta Matematică

Aufgabe 3. Es sei ABC ein gleichschenkliges Dreieck mit $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ und $AB = AC$. Wir betrachten den Punkt D auf der Seite AC und die paarweise verschiedenen Punkte E, F, G auf der Seite AB , so dass $BC = BD = DE = EF$, und $DG = DF$.

- a) Zeigt, dass $BF = GE$.
- b) Bestimmt den Maß des Winkels $\sphericalangle BCG$.

Aufgabe 4. Bestimmt die natürlichen Zahlen $n \geq 2$ mit der Eigenschaft, dass n durch jede der Zahlen

$$d_1, d_1 + d_2, \dots, d_1 + d_2 + \dots + d_{k-1},$$

teilbar ist, wobei $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_{k-1} < d_k = n$ alle natürliche Teiler von n sind.

Arbeitszeit 3 Stunden.

Jede Aufgabe wird mit 7 Punkte bewertet.