



Országos Matematikaolimpia  
Megyei forduló - 2025. március 8.

## X. OSZTÁLY

1. feladat. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\log_7(6^x + 1) = \log_6(7^x - 1).$$

*Gazeta Matematică*

2. feladat. Határozd meg azokat az  $x$  valós számokat, amelyekre

$$3^x + 3^{[x]} + 3^{\{x\}} = 4.$$

( $[x]$  és  $\{x\}$  az  $x$  valós szám egészrészét és törtrészét jelöli.)

3. feladat. Határozd meg azokat az  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  függvényeket, amelyekre

$$|wf(z) + zf(w)| = 2|zw|$$

bármely  $z, w \in \mathbb{C}$  esetén!

4. feladat. Az  $ABCDEF$  konvex hatszögben  $\widehat{A} \equiv \widehat{C} \equiv \widehat{E}$  és  $\widehat{B} \equiv \widehat{D} \equiv \widehat{F}$ .

a) Bizonyítsd be, hogy egyetlen egy olyan pont létezik a síkban, amely egyenlő távolságra van az  $AB$ ,  $CD$  és  $EF$  oldaltól!

b) Ha  $P$  az a) alpontbeli pont és  $G_1 \neq G_2$  az  $ACE$  illetve  $BDF$  háromszög súlypontja, igazold, hogy  $\widehat{G_1PG_2} = 60^\circ$ .

*Munkaidő 3 óra.*

*Minden feladatra legfeljebb 7 pont szerezhető.*