

**Nationale Mathematikolympiade****Kreisphase und Sektorenphase der Stadt București, 2025****VIII-te Klasse**

Aufgabe 1. Gegeben sind die Mengen

$$A = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ și } x + y + 1 = 0\}, \quad B = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ și } x^3 + y^3 + 1 = 3xy\}.$$

- a) Zeigt, dass $A \subset B$.
- b) Zeigt, dass die Menge $B \setminus A$ genau ein Element enthält.

Aufgabe 2. Löst folgende Gleichung in der Menge der natürlichen Zahlen

$$x^2 + y^2 + xy(x - y) = 17.$$

Gazeta Matematică

Aufgabe 3. Die reellen streng positiven Zahlen x, y, z erfüllen die Beziehungen:

$$xy + 4 \leq 2(x + z), \quad yz + 4 \leq 2(y + x), \quad zx + 4 \leq 2(z + y).$$

Beweist, dass $x = y = z$.

Aufgabe 4. Es sei $ABCD A' B' C' D'$ ein Würfel. Auf den Strecken BC und DD' werden die Punkte M , beziehungsweise N , so genommen, dass $BM = DN$. Zeigt, dass die Gerade $A'M$ senkrecht auf der Ebene $(AB'N)$ ist.

Arbeitszeit 3 Stunden.

Jede Aufgabe wird mit 7 Punkte bewertet.