

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 9**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**THEMA I**

**(30 Puncte)**

- 5p** 1. Zeige, dass  $5 \cdot (0,7 - 0,2) + 0,5 = 3$ .
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x - 2$ . Bestimme die reelle Zahl  $m$  so, dass  $f(m) = 10$ .
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung  $\sqrt{16 - 3x} = 1$ .
- 5p** 4. Nach einer Teuerung um 60%, kostet ein Gegenstand 320 Lei. Bestimme den Preis des Gegenstandes vor der Teuerung.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte  $A(3,0)$ ,  $B(3,2)$  und  $C(a,b)$  in dem kartesischen Koordinatensystem  $xOy$ , wobei  $a$  und  $b$  reelle Zahlen sind. Bestimme die reellen Zahlen  $a$  und  $b$  so, dass der Punkt  $B$  die Mitte der Strecke  $AC$  ist.
- 5p** 6. Zeige, dass  $5\cos 60^\circ - \sin 30^\circ + 4(\sin 60^\circ)^2 = 5$ .

**THEMA II**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben sind die Matrizen  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  und  $A(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ -x & -2 \end{pmatrix}$ , wobei  $x$  eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass  $\det(A(5)) = 21$ .
- 5p** b) Zeige, dass  $2A(-1) + A(5) = 3A(1)$ .
- 5p** c) Bestimme die Menge der reellen Zahlen  $x$  so, dass  $\det(A(x) \cdot A(-x) - x^2 I_2) \geq 0$ .
2. Gegeben ist das Polynom  $f = X^3 + mX^2 - X - m$ , wobei  $m$  eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass  $f(1) = 0$ , für jede reelle Zahl  $m$ .
- 5p** b) Für  $m = -3$ , zeige, dass 3 Wurzel des Polynoms  $f$  ist.
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl  $m$  so, dass  $(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3)^2 + x_1 x_2 x_3 (x_1 + x_2 + x_3) = 1$ , wobei  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  Wurzeln des Polynoms  $f$  sind.

**THEMA III**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben ist die Funktion  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 - 1 + \frac{4}{x}$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $f'(x) = \frac{4(x^3 - 1)}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der Tangente an das Schaubild der Funktion  $f$  in dem Punkt mit der Abszisse  $x = 2$ , der zum Schaubild der Funktion  $f$  gehört.
- 5p** c) Zeige, dass  $6 \leq 2x^2 + \frac{4}{x} \leq 33$ , für jedes  $x \in \left[\frac{1}{4}, 4\right]$ .
2. Gegeben ist die Funktion  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 1 + 2\ln x$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $\int_1^3 (f(x) - 2\ln x) dx = 2$ .

- 
- |    |   |
|----|---|
| 5p | b) Zeige, dass $\int_1^e \frac{f(x) - x + 1}{x} dx = 1$ .   |
| 5p | c) Bestimme die reelle Zahl $a$ , wenn der Flächeninhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $g(x) = 3x(f(x) + 1)$ , der $Ox$ Achse und von den Geraden mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = 3$ gleich $a + 27 \ln 3$ ist. |