

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p** 1. Bestimme das Glied a_3 der arithmetischen Folge $(a_n)_{n \geq 1}$, wobei $a_1 = 4$ und $a_2 = 15$.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $f(a) + f(2) = 2a$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(2 + x)$.
- 5p** 4. Bestimme, wie viele natürliche, gerade, zweistellige Zahlen mit verschiedenen Ziffern kann man mit den Elementen der Menge $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$ bilden.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(0,5)$, $B(8,4)$ und C in dem kartesischen Koordinatensystem xOy , wobei C die Mitte der Strecke OB ist. Zeige, dass $AO = AC$.
- 5p** 6. Gegeben ist das Dreieck ABC , rechtwinklig in A , mit $AB = 4$ und $\cos B = \frac{2}{3}$. Zeige, dass $BC = 6$.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $A = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Zeige, dass $\det A = 2$.
- 5p** b) Zeige, dass die Matrix $B = \frac{1}{2}(I_2 - A)$ die Umkehrmatrix der Matrix A ist.
- 5p** c) Bestimme die Matrix $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ so, dass $(A - I_2) \cdot X = 2A$.
2. Auf der Menge $M = [0, +\infty)$ definiert man die Verknüpfung $x * y = x + y - \sqrt{xy}$.
- 5p** a) Zeige, dass $1 * 4 = 3$.
- 5p** b) Bestimme $x \in M$ so, dass $x * (9x) = x^2$.
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl x so, dass $2^x * 2^{x+2} = 6^x$.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 + x + 2}$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{-3x^2 - x + 2}{(x^2 + x + 2)^2 \sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f .
- 5p** c) Bestimme $a \in (0, +\infty)$ so, dass die Tangente an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt $A(a, f(a))$ parallel zur Ox -Achse ist.
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x + 3$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_0^2 (f(x) - 3x - 3) dx = 4$.
- 5p** b) Zeige, dass $\int_0^1 \frac{1}{(f(x) - x^3)^2} dx = \frac{1}{18}$.

5p	c) Bestimme die reelle Zahl m so, dass $\int_1^e \frac{f(x)-3}{x^2} \cdot \ln x dx = \frac{e^2+m}{4}$.
-----------	--
